

Разбор задачи «А. Квадраты»

Для нахождения ответа на задачу достаточно промоделировать действия, совершаемые Петей, с одной оптимизацией: вместо одного квадрата на каждом шаге отрезать сразу все квадраты такого же размера.

Без ограничения общности примем, что $A \leq B$.

Максимального размера квадрат, который можно вырезать из прямоугольника $A \times B$ — это квадрат $A \times A$. Причём количество квадратов такого размера равно $B \operatorname{div} A$. После данной операции останется прямоугольник $A_1 \times B_1$, где $A_1 = B - A \cdot (B \operatorname{div} A)$, $B_1 = A$ ($A_1 < B_1$). Повторяем до тех пор, пока $A_n > 0$. Ответом на задачу будет сумма количеств квадратов, полученных в результате каждой операции.

Временная сложность алгоритма — $O(\log B)$, ёмкостная — $O(1)$.

Разбор задачи «В. Паспорт»

Заметим, что максимальный ответ на задачу не более четырнадцати лет, а это — чуть больше пяти тысяч дней. Значит, для вычисления количества дней до получения Петей права иметь паспорт достаточно перебирать дни по одному, правильно переходя от одного месяца к другому.

При решении следует учесть, что год является високосным в двух случаях:

1. год кратен 4, но не кратен 100;
2. год кратен 400.

Также, если день рождения Пети выпал на 29 февраля, то ответ необходимо считать до 1 марта соответствующего года, так как 28 февраля Пете ещё не исполнится 14 лет.

Разбор задачи «С. Машинки»

Для вычисления расстояния между двумя точками, заданными своими координатами, достаточно воспользоваться теоремой Пифагора в прямоугольном треугольнике, гипотенузой которого является отрезок, соединяющий заданные точки: $d = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$. Полученный результат необходимо округлить согласно условию задачи.

Заметим, что вещественных типов данных размером 80 бит и менее недостаточно для полного решения, поскольку их точности не хватает для корректного округления в случаях, когда дробная часть корня близка к 0.5.

Чтобы обойти эту проблему, можно вычислить d^2 , используя 64-битную целочисленную арифметику, а затем найти значение корня r , округлённое вниз, например, с помощью двоичного поиска. Далее, заметим, что $(r+0.5)^2 = r^2 + r + 0.25$, поэтому значение корня, округлённое по математическим правилам, равно r для всех целых чисел на отрезке $[r^2, r^2 + r]$ и $r + 1$ — на отрезке $[r^2 + r + 1, r^2 + 2r]$.

Временная сложность алгоритма — $O(\log d)$ (двоичный поиск), ёмкостная — $O(1)$.

Разбор задачи «D. Гостиница»

Для решения первой подзадачи достаточно перебрать все тройки заданных этажей и выбрать лучшую из них согласно условию задачи. Временная сложность такого решения — $O(N^3)$.

Для решения следующих подзадач нужно заметить, что искомая тройка всегда состоит из этажей, следующих друг за другом подряд в отсортированной последовательности. Поэтому нужно выполнить сортировку (за $O(N^2)$ для второй подзадачи, за $O(N \log N)$ (быструю) или за $O(N)$ (подсчётом) для полного решения) и найти лучшую тройку с помощью одного прохода по полученной последовательности, каждый раз рассматривая три соседних числа.

Ёмкостная сложность всех приведённых алгоритмов — $O(N)$.